**«Задачи на смеси и сплавы».**

**Подготовила: учитель математики высшей категории МБОУ Гимназия №1 Кривопуск Марина Владимировна.**

Задачи на смеси и сплавы можно классифицировать по типам:

* Определение концентрации вещества;
* Понижение концентрации вещества;
* Повышение концентрации вещества;
* На высушивание;
* На переливание;
* На смешивание растворов разной концентрации.

Задачи на смеси имеют практическую направленность. Данный тип задач начинают рассматривать с 5-6 классах. При решении задач этого типа, есть смысл обратить внимание ребят на то, что в повседневной жизни мы тоже имеем отношение к этим понятиям: сушка овощей и фруктов; консервирование овощей и фруктов; прием медицинских препаратов с определенной концентрацией лекарственного вещества.

**Задачи на высушивание.**

 При решении таких задач мы разделяем вещество на воду и «сухое вещество». Масса сухого вещества не меняется в условии таких задач. Этот тип задач появляется в 5 классе при изучении темы «Проценты». Решение задач основано на применении правила: нахождение процентов от числа; нахождение числа по процентам и их значению.

**Задача.** (5 кл)

В свежих грибах 70% влаги, а в сушеных 10% влаги. Сколько килограммов свежих грибов надо собрать для того, чтобы получить 30 кг сушеных?

Решение.

1) 100% - 10% =90% (сухого вещества) в сушеных грибах.

2) 90% от 30 кг

$30:100∙90=27$(кг) сухого вещества в сушеных грибах

3) 100% - 70% = 30% (сухого вещества) в свежих грибах

4) 27 кг сухого вещества в свежих грибах это 30%

$27:30∙100$=90 (кг) свежих грибов надо взять, чтоб получить 30 кг сушеных грибов.

Ответ: 90 кг.

При решении задачи стоит акцентировать внимание учеников, что масса сухого вещества (полезных веществ) в свежих и сухих грибах одинаковая.

Рассмотрев в 6 классе правила нахождение дроби (проценты) от числа, нахождение числа по дроби (процентам) и ее значению подобные задачи решаем следующим образом.

**Задача.** (6 кл)

Свежие грибы содержат 90% воды, а сухие 12%. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих грибов?

Решение.

1) 100% - 90% = 10% (сухого вещества) в свежих грибах.

2) 10% от 22 кг

$22∙0,1=2,2$ (кг) сухого вещества в свежих грибах.

3) 100% - 12% = 88% (сухого вещества) в сушеных грибах.

4) 88% сухого вещества это 2, 2 кг

2,2 : 0,88 = 220 : 88 =2,5 (кг) сухих грибов получится из 22 кг свежих грибов.

Ответ: 2, 5 кг.

**Задача.** (6 кл)

Собрали 8 кг свежих цветков ромашки, влажность которых 85%. После того, как цветки высушили, их влажность составила 20%. Чему равна масса цветков ромашки после сушки?

Условие можно представить в виде таблицы.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | масса (кг) | % воды | % сухого вещества |
| свежие цветы | 8 | 85 | 100 – 85  |
| высушенные цветы | ? | 20 | 100 – 20  |

Решение.

1) 100% - 85% = 15% (сухого) вещества в свежих цветах.

2) 15% от 8 кг

$8∙0,15=1,2$ (кг) сухого вещества в свежих цветах.

3) 100% - 20% = 80% (сухого вещества) в высушенных цветах.

4) 80% это 1, 2 кг сухого вещества.

1, 2 : 0,8 =12 : 8 = 1,5 (кг) цветков ромашки получится после сушки.

Ответ: 1,5 кг.

В 6 классе изучая темы: пропорция, прямо пропорциональная зависимость, обратно пропорциональная зависимость , можно решать следующие задачи.

**Задача.** (6 кл)

Трава при высыхании теряет около 28% своей массы. Сколько было накошено травы, если из нее было получено 1,44 т сена?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Масс (т) | % содержания |
| Трава  | х | 100 |
| Сено  | 1,44 | 100 – 28 = 72 |

Решение.

1) 100% - 28% = 72% (массы травы) с оставляет сена.

Прямо пропорциональная зависимость величин. Составляем пропорцию.

$$\frac{х}{1,44}=\frac{100}{72}$$

 72х = 1,44$∙$100

$$х=\frac{1,44∙100}{72}$$

х=2

Значит 2т травы надо накосить.

Ответ: 2т.

Рассматривая задачи этого типа с 7 класса, следует использовать ***принятую терминологию***:

* Смесь, раствор, сплав состоит из основного вещества и примеси;
* Основное вещество в каждой задаче определяется отдельно;
* **Концентрация (массовая концентрация, доля) основного вещества в смеси св (**$α$**)**называется отношение массы основного вещества (mв) к массе всей смеси (M)

 $c\_{в}=\frac{m\_{в}}{М}$

То получаем следующие правила:

$m\_{в}=с\_{в}∙М$ масса основного вещества;

$М=\frac{m\_{в}}{с\_{в}}$;

* Концентрация основного вещества (компоненты) , выраженная в процентах, называется **процентным (массовым процентным) содержанием этого вещества (компоненты) в данной смеси.** $p\_{в}=\left(с\_{в}∙100\right)\%=\frac{m\_{в}}{М}∙100\%$ **,**
* $p\_{в}\%$ процентное содержание вещества (компонента), $m\_{в}$ масса вещества (компоненты), то М масса всего сплав (смеси) находим по формуле $M=\frac{100m\_{в}}{p\_{в}}$

 Концентрация - безразмерная величина;

**Сумма концентраций всех компонентов, входящих в смесь (сплав, раствор) равна 1**

$\frac{m\_{1}}{M}+\frac{m\_{2}}{M}+…\frac{m\_{n}}{M}=1$, т.е. если смесь М состоит из веществ А и В с массами соответственно $m\_{A}, m\_{B}$, то

 $с\_{A}+c\_{B}=1$,

 $p\_{A}+p\_{B}=100\%$,

 $c\_{A}=\frac{m\_{A}}{M}=\frac{m\_{A}}{m\_{A}+m\_{B}}$ , $c\_{B}=\frac{m\_{B}}{M}=\frac{m\_{B}}{m\_{A}+m\_{B }}$.

**Задачи на определение концентрации вещества.**

**Решение задач методом разложения на компоненты.**

Если раствор (смесь, сплав) состоит из нескольких компонентов, где $С\_{1, }С\_{2} и т.д.$ концентрация каждой из компонентов , М масса раствора (смеси, сплав), то смесь можно разложить на компоненты по формуле М = С1М + С2М + …+СnМ.

**Задача.** (7 кл)

Из 40 т руды выплавляют 20т металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде?

Решение.

Пусть х% полезных веществ в руде. Тогда примесей в руде (100 – х)%. То 40 т руды разложим на компоненты $40= \frac{х}{100}∙40+\frac{100-х}{100}∙40$

В 20т металла полезных веществ содержится 100% - 6% =94%. Разложим 20т металла на компоненты $20 =\frac{94}{100}∙20 +\frac{6}{100}∙20$. Т. к. по условию все полезные вещества получены из 40 т руды, то составим и решим уравнение $\frac{х}{100}∙40 = \frac{94}{100}∙20; 0,4х=0,94∙20; $

$0,4х=18,8; х=18,8:0,4; х=188:4; х=47$

Значит 47% полезных веществ в руде.

100% - 47% = 53% примесей в руде.

Ответ: 53%.

**Решение задачи с использованием формул.** $M=\frac{100m\_{в}}{p\_{в}}$

**Задача.** (8 кл)

Два куска латуни имеют массу 30 кг. Первый кусок содержит 5 кг чистой меди, а второй 4 кг. Сколько процентов меди содержит первый кусок, если второй содержит меди на 15% больше первого?

Решение.

Пусть х% меди содержит первый кусок, то (х+15)% меди содержит второй кусок. Масса первого куска латуни равна ( $\frac{100∙5}{х}=\frac{500}{х}$ ) кг. Масса второго куска латуни равна ( $\frac{4∙100}{х+15}=$

$=\frac{400}{х+15}$ ) кг. Масса двух кусков латуни равна( $\frac{500}{х}+\frac{400}{х+15}$ )кг, что по условию задачи равно

30 кг. Составим и решим уравнение $\frac{500}{х}+\frac{400}{х+15}=30$.

$$\frac{500}{х}+\frac{400}{х+15}=30; \frac{500\left(х+15\right)+400х-30х(х+15)}{х(х+15)}=0; \left\{\begin{array}{c}3х^{2}-45х—750=0,\\х\left(х+15\right)\ne 0;\end{array} \right.$$

$х=25, х=-10 $не удовлетворяет условию задачи.

Значить 25% меди содержит первый кусок.

Ответ: 25%

**Задачи на смешивание растворов разной концентрации.**

**Задача.** (ЕГЭ)

Один раствор содержит 20% (по объему) соляной кислоты, второй раствор содержит 70% соляной кислоты. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100л 50% раствора кислоты?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | общий объем (л) | концентрация кислоты | объем чистой кислоты(л) |
| первый раствор  | х | 0,2 | 0,2х |
| второй раствор | 100-х | 0,7 | 0,7(100-х) |
| новый раствор | 100 | 0,5 | 0,5$∙$100=50 |

Решение:

Пусть х л первого раствора надо взять для получения нового раствора.

(0,2х+0,7(100-х))л объем чистой кислоты по условию задачи равен 50л. Составим и решим уравнение 0,2х+0,7(100 – х) =50.

0,2х+70 – 0,7х =50

2х+700 – 7х =500

- 5х = - 200

х=40

Значить 40л первого раствора необходимо взять.

1) 100-40=60 (л) второго раствора необходимо взять.

Ответ: 40л, 60л.

**Задача.** (9 кл)

Сколько надо взять 10% - го и 30%-го раствора марганцовки, чтобы получить 200 г 16%-го раствора марганцовки?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | концентрация марганцовки | масса раствора | масса марганцовки |
| первый раствор | 0,1 | х | 0,1х |
| второй раствор | 0,3 | у | 0,3у |
| третий раствор | 0,16 | 200 | 0,16$∙$200=32 |

Решение:

 Составим и решим систему уравнений: $\left\{\begin{array}{c}х+у=200,\\0,1х+0,3у=32;\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{c}х+у=200,\\0,1х+0,3у=32;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}х=200-у,\\0,1\left(200-у\right)+0,3у=32;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}х=140,\\у=60.\end{array}\right.$

Значит 10%-го раствора надо взять 140г и 30%-го раствора надо взять 60г.

Ответ: 140г, 60г.

Данную задачу можно решить старинным способом **по правилу «креста», или «метод Пирсона».**

В левой колонке пишут концентрации данных веществ в имеющихся растворах; посередине пишут процентное содержание этого вещества в полученной смеси; в правой пишут разности процентных содержаний имеющихся растворов и полученной смеси (вычитаем из большего числа меньшее и записываем разность на ту диагональ, где находятся соответственно уменьшаемое и вычитаемое).

$p\_{1}$ $p\_{2}-p\_{3}$

 $p\_{3}$ тогда $\frac{m\_{1}}{m\_{2}}=\frac{p\_{2}-p\_{3}}{p\_{3}-p\_{2}}$

$p\_{2}$ $p\_{3}-p\_{2}$

Разности их вычитаний показывают массовые доли для первого и второго растворов, необходимые для приготовления нужного раствора.

Схема решения задачи: 10 30$-$16 = 14

 16 $\frac{x}{y}=\frac{14}{10}$.

 30 $16-10=6$

Значит, в 200 г смеси содержится 14 частей 10% раствора и 6 частей 30% раствора, т. е всего 20 частей.

1) $200∙\frac{14}{20}=140$ (г) надо взять 10%-го раствора.

2) $200∙\frac{6}{20}=60$ (г) надо взять 30%-го раствора

Ответ: 140г, 60г.

**Задачи на понижение концентрации.**

**Задача.** (9 кл)

Какую массу воды надо добавить к водному раствору соды массой 90 кг, содержащему 5% соды, чтобы получить раствор, содержащий 3% соды?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | концентрация соды | масса раствора | масса соды |
| исходный раствор | 0,5 | 90 | $$90∙0,05=4,5$$ |
| вода | 0 | х | 0 |
| полученный раствор | 0,3 | 90+х | 0,03(90+х) |

Решение:

Так как масса соды не изменилась, то составляем и решаем уравнение 0,03(90+х) = 4,5.

2,7+0,03х = 4,5; 0,03х = 4,5-2,7; 0,03х = 1,8; х = 60. Значит 60 кг воды надо добавить.

Ответ: 60 кг.

**Задачи на повышение концентрации.**

**Задача.** (ОГЭ)

В сплаве олова и меди содержится 11 кг меди. После того как в сплав добавили 7,5 кг олова, концентрация олова повысилась на 33%. Какова первоначальная масса сплава?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | масса сплав (кг) | масса олова (кг) | % концентрация олова |
| было  | х | х - 11  | $$\frac{х-11}{х}100$$ |
| стало | х+7,5 | х – 11 + 75 = х – 64  | $$\frac{х-3,5}{х+7,5}100$$ |

Решение.

$$\frac{х-3,5}{100}100-\frac{х-11}{100}100=33; 100х\left(х-3,5\right)-100\left(х+7,5\right)=33х\left(х+7,5\right); $$

$$22х^{2}+165х-5500=0; D=511225; х\_{1}=\frac{-165+715}{44}12,5; х\_{2}<0 не удовл.усл. $$

Значит первоначальная масса сплава 12,5 кг.

Ответ: 12,5 кг.

**Задачи на переливание.**

**Задача.** (ЕГЭ)

Из сосуда емкостью 54 л, наполненного кислотой, вылили несколько литров кислоты и долили столько же литров воды, потом вылили столько же литров смеси. Тогда в смеси, оставшейся в сосуде, оказалось 24 л кислоты. Сколько литров кислоты вылили в первый раз?

Решение.

Пусть в первый раз вылили х л кислоты. В сосуде осталось (54 – х) л кислоты. После добавления воды доля кислоты в растворе стала( $\frac{54-х}{54}) $л.

Во второй раз из сосуда вылили х л смеси, в которой содержалось ( $\frac{54-х}{54}х$) л. То за два раза вылили $\left(х+\frac{54-х}{54}х\right)$ л. Что равно 54 – 24 = 30 л. кислоты. составим и решим уравнение

$х+\frac{54-х}{54}х=30$; $х^{2}-108х+1620=0; х\_{1}=18, х\_{2}=90 не удовл усл.90>54$.

Значит в первый раз вылили 18 л кислоты.

Ответ: 18 л.

**Задача.** (9 кл)

Имеется два куска сплава меди и цинка с процентным содержанием меди 30% и 80% соответственно. В каком отношении надо взять эти сплавы, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий 60% меди?

Решение.

Пусть х кг масса первого сплава, у кг масса второго сплава., масса третьего сплава (х+у)кг.

Решим методом разложения на компоненты.

Масса меди в первом сплаве $\left(\frac{3}{10}х\right)$ кг, масса цинка в первом сплаве ( $\left(1-\frac{3}{10}\right)х$) кг.

Разложение массы первого сплав: $х=\frac{3}{10}х+\left(1-\frac{3}{10}\right)х$.

Масса меди во втором сплаве $\left(\frac{8}{10}у\right)$ кг. Масс цинка во втором сплаве равна $\left(\left(1-\frac{8}{10}\right)у\right)$ кг.

Разложение массы второго сплав по компонентам: $у=\frac{8}{10}у+\left(1-\frac{8}{10}\right)у $. тогда меди в третьем славе $\left(\frac{3}{10}х+\frac{8}{10}у\right)$ кг. Концентрация меди в третьем сплаве равна ( $\frac{\frac{3}{10}х+\frac{8}{10}у}{х+у}$), что по условию задачи равно $\frac{6}{10}$. Составим и решим уравнение: $\frac{\frac{3}{10}х+\frac{8}{10}у}{х+у}=\frac{6}{10}$.

$\frac{\frac{3}{10}х+\frac{8}{10}у}{х+у}=\frac{6}{10}$; 3х+8у=6х+6у; 3х = 2у; $\frac{х}{у}=\frac{2}{3}$.

Значит первого сплава взяли 2 части, второго сплава взяли 3 части.

Ответ: 2 части, 3 части.