

ДЕЛОВАЯ ИГРА
ПО МАТЕМАТИКЕ
«КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

8 класс

Автор: Зайцева Н.Н. ,
учитель математики и
информатики,
МБОУ СОШ №4
г. Еманжелинск

Цель: популяризация науки математики

Формируемые УУД

Предметный результат: обобщение и систематизация знаний по теме «Решение квадратных уравнений»

Регулятивные: формирование умений самостоятельно определять цели и составлять планы; использовать все возможные ресурсы для достижения целей.

Коммуникативные: формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, взрослыми в процессе образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности

Метапредметные развитие математической культуры

План урока:

- Организационный момент (3 мин)
- Актуализация опорных знаний (5 мин)
- Распределение ролей, выдача заданий (2 мин)
- Выполнение работы по группам (15 мин)
- Презентация результатов (15 мин)
- Подведение итогов игры (5 мин)

Ход урока:

Учитель: Здравствуйте. Я, как генеральный директор, корпорации «Математических монстров» собрала вас на срочное совещание.

Наша задача – доказать важность квадратных уравнений, их прикладное значение.

Все отделы, а также остальные сотрудники корпорации будут выполнять задания, направленные на популяризацию квадратных уравнений. После выполнения задания каждый отдел должен будет выступить с рассказом о своем задании.

Отделы получат денежное вознаграждение за выполнение задания, а также за хорошее представление результата. Сотрудники получают деньги за каждое правильно выполненное задание. Осуществлять контроль мне будут помогать топ-менеджеры корпорации. За шум может быть наложен штраф, за оригинальность выступления – премия. Затем все заработанные деньги будут подсчитаны, на основании чего каждый получит оценку. Потратить заработанные средства можно на продукцию из отдела товаров народного потребления.

1.АКТУАЛИЗАЦИЯ ОПОРНЫХ ЗНАНИЙ

А сейчас в качестве подготовки к серьезной работе мы выполним корпоративное задание все вместе:

1. Как называется равенство с переменной?

(уравнение)

2. Какое название имеет уравнение второй степени?

(квадратное)

3. От чего зависит количество корней квадратного уравнения?

(от значения дискриминанта)

4. Как называется квадратное уравнение, у которого первый коэффициент 1?

(приведенное)

5. Есть у любого слова, у растения, и может быть у уравнения?

(корень)

6. Выберите квадратные уравнения

А) $10x^2 + 7 = 0$ В) $15 - 19x = 0$ С) $4x^2 - 3x - 9 = 0$ Д) $7x^2 + x^3 - 16 = 0$

(Ответ: А, С)

7. Решить уравнение

$$x^2 + 9 = 0$$

А) 9 В) ± 9 С) ± 3 Д) нет корней

(Ответ: Д)

8. Решить уравнение

$$x^2 + 7x = 0$$

А) 0 В) 0 и 7 С) 0 и -7 Д) нет корней

(Ответ: С)

9. Сколько корней имеет уравнение?

$$2x^2 + 3x - 14 = 0$$

А) 1 В) 2 С) 3 Д) нет корней

(Ответ: В)

10. Сколько корней имеет уравнение

$$x^2 - 2x + 9 = 0$$

А) 1 В) 2 С) 3 Д) нет корней

(Ответ: Д)

2. ГРУППОВАЯ РАБОТА

Сейчас каждый отдел получит задание, можете сразу приступать к выполнению.

1. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

Отдел получает текст. Из предложенного текста выберите самое важное и подготовьте выступление об истории квадратных уравнений. При докладе можно использовать иллюстрации)

ИСТОРИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ **Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне**

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать вавилоняне. около 2000 лет до н.э. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются квадратные уравнения

$$X^2 + X = 3/4$$

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

Квадратные уравнения в Индии

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский учёный, Брахмагупта (7 в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к единой канонической форме:

$$ax^2+bx=c, a>0$$

В уравнении коэффициенты, кроме а, могут быть отрицательными. Правило Брахмагупта по существу совпадает с нашим.

Квадратные уравнения в Европе XIII-XVII вв

Формулы решения квадратных уравнений по образцу ал -Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202г. Итальянским

математиком Леонардо Фибоначчи. Этот объемный труд, в котором отражено влияние математике как стран ислама, так и Древней Греции, отличается и полнотой, и ясностью изложения. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из «Книги абака» переходили почти во все европейские учебники XVI-XVII вв. и частично XVIII. Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $x^2+vx=c$ при всевозможных комбинациях знаков коэффициентов v, c , было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. М. Штифелем.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбели среди первых в XVI в. учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других учёных способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Европа семь лет назад отпраздновала 800-летие квадратных уравнений, потому что именно в 1202 году итальянский ученый Леонард Фибоначчи изложил формулы квадратного уравнения. И лишь в 17 веке, благодаря Ньютону, Декарту и другим ученым эти формулы приняли современный вид.

2. НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

Отдел получает текст. Изучите новый способ решения квадратных уравнений, подготовьте сообщение об этом способе

Решение уравнений способом «переброски».

Рассмотрим квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0.$$

Умножая обе его части на a , получаем уравнение

$$a^2x^2 + abx + ac = 0.$$

Пусть $ax = y$, откуда $x = y/a$;

Тогда приходим к уравнению

$$y^2 + by + ac = 0,$$

равносильно данному.

Его корни y_1 и y_2 найдем с помощью теоремы Виета и окончательно:

$$x_1 = y_1/a \text{ и } x_2 = y_2/a.$$

При этом способе коэффициент a умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его называют *способом «переброски»*. Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

Пример.

Решим уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$.

Решение. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

Согласно теореме Виета

$$\begin{cases} y_1 = 5, \\ y_2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 5/2, \\ x_2 = 6/2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2,5 \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

Ответ: 2,5; 3.

Решите пример методом переброски:

$$2x^2 - 9x + 10 = 0$$

$$(y^2 - 9y + 20 = 0, Y=5; Y=4, X=2,5 ; X=2)$$

3. ОТДЕЛ СВЯЗЕЙ С ОБЩЕСТВЕННОСТЬЮ

Отдел получает текст задачи. Внимательно прочтите задачу, решите ее, подготовьте доклад о задаче и ее решении. Решение задачи можно оформить на листе ватмана.

«Дорогой жизни» стало Ладожское озеро. 22 ноября 1941 года по всё ещё неокрепшему льду прошла 1-я автомобильная колонна в блокадный Ленинград из 60 грузовых машин, где лежали мешки с мукой и другие продукты. А из Ленинграда вывозили обессиленных от голода женщин и детей.



С какой скоростью по ещё неокрепшему льду Ладоги двигались грузовые машины и лошадиные повозки, если расстояние около 30 км машина проходила на 1 час быстрее, чем повозка, так как скорость машины на 5 км/час больше?

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ:

Пусть x км/час – скорость повозки.

$(x + 5)$ км/час – скорость машины.

Уравнение:

$$30/x - 30/(x + 5) = 1$$

$$x^2 + 5x - 150 = 0$$

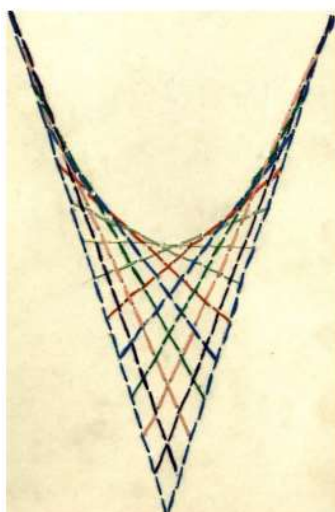
$$x = 10 \text{ и } x = -15$$

Ответ: 10 км/час и 15 км/час.

4. ДИЗАЙНЕРСКИЙ ОТДЕЛ

(Вышить параболу, соединяя точки по порядку, представить результаты)

При вышивании главное, соединять точки в определенном порядке, не перетягивать, но и не ослаблять. На пересечении данных прямых вырисовывается парабола, так как вышивка состоит из касательных к ней.



5. ЭКСПЕРТНЫЙ ОТДЕЛ

Проверьте решение уравнений. Исправьте их, если это необходимо; запишите верное решение, подготовьте выступление о своей работе.

Найти ошибки в решении уравнений или укажите, что их нет:

1) $x^2 - 4x + 5 = 0$

$D = 16 - 4 \cdot 5 = -4$ (< 0 , корней нет)

$x_1 = 1; x_2 = 3$

2) $x^2 + 16 = 0$

$x^2 = -16$ (корней нет)

$x_1 = 4, x_2 = -4$

3) $6x^2 + 24x = 0$

$$6x(x+4)=0$$

$$6x = 0 \text{ или } x+4=0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -4 \text{ (верно)}$$

$$4) x^2 - 1/4 = 0$$

$$x^2 = 1/4$$

$$x = 1/2 \text{ (} x_{1,2} = \pm 1/2 \text{)}$$

$$5) 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1 \text{ (} D = 25 + 24 = 49, x_1 = 3; x_2 = -1/2 \text{)}$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3$$

6. КРЕАТИВНЫЙ ОТДЕЛ

Задание: придумать движения для флеш-моба по мотивам древней задачи на составление квадратного уравнения

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

«Обезьянок резвых стая,
Власть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
Стали прыгать, повисая.
А двенадцать по лианам...
На поляне забавлялась.
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?»

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений.

Соответствующее задаче уравнение:

$$(x/8)^2 + 12 = x$$

Бхаскара пишет под видом:

$$x^2 - 64x = -768$$

и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям 32^2 , получая затем:

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024,$$

$$(x - 32)^2 = 256,$$

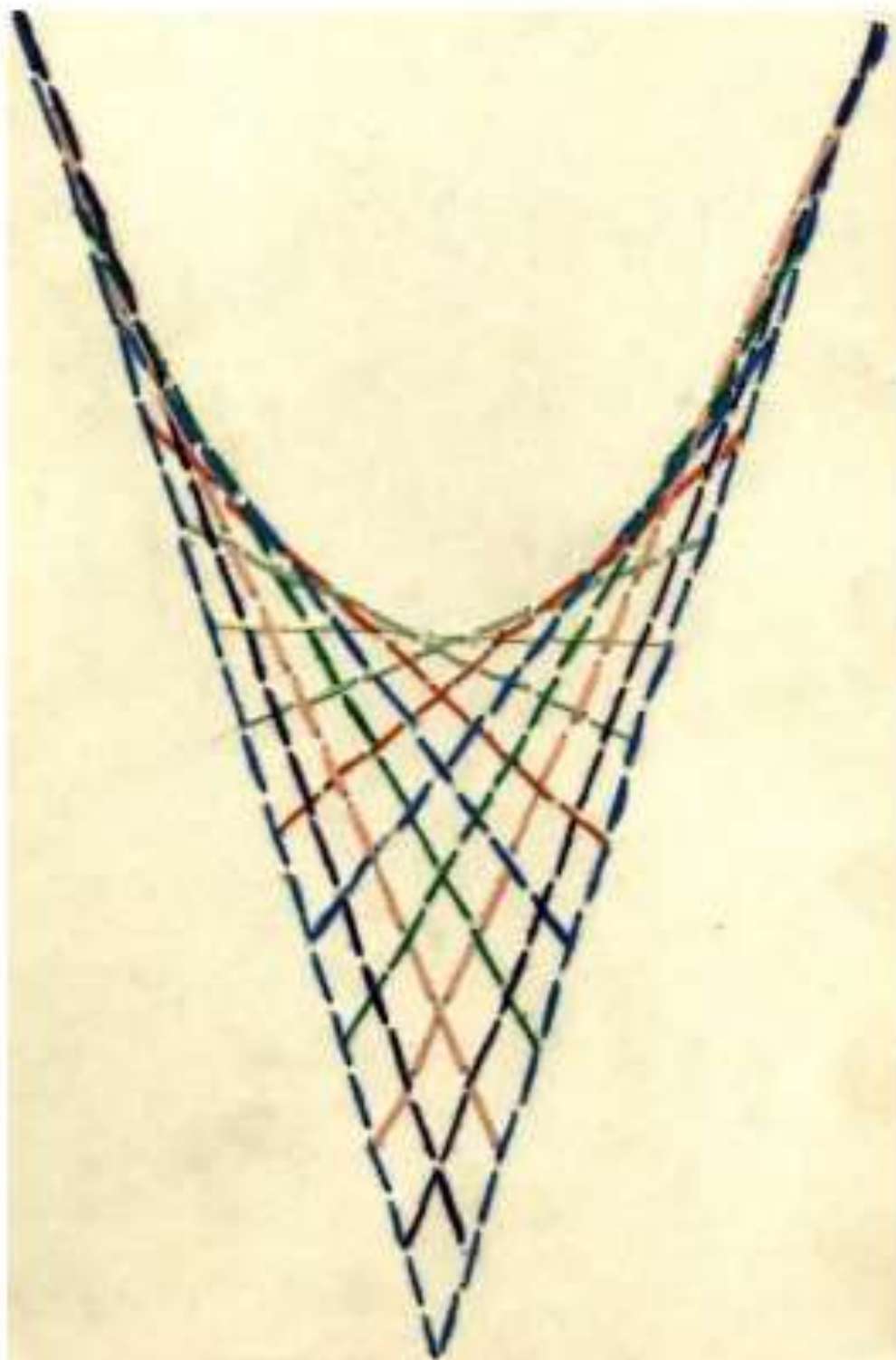
$$x - 32 = \pm 16,$$

$$x_1 = 16, x_2 = 48.$$

Источники информации:

1. Квадратные уравнения, Автор: Долгая Анна Раисовна, учитель математики МБОУ «СОШ №15», городского округа Рефтинский Свердловской области
2. Проект. Квадратичная функция http://arcticlessons.ru/upload/file/proekt_9_parabola5_1.pdf
3. Проект. Квадратичная функция http://arcticlessons.ru/upload/file/proekt_9_parabola3.pdf
4. Реферат. История квадратных уравнений http://nsportal.ru/sites/default/files/2013/03/28/referat_6.docx
5. Творческие работы учащихся в рамках «МПИ – проекта» http://izmestyeva.ucoz.ru/_ld/0/59_-.docx
6. Математическое вышивание http://genius.pstu.ru/file.php/1/pupils_works_2012/Mochalina_Viktorija.pdf
7. Презентация «Решение квадратных уравнений» <http://bigslide.ru/downloadFile.html?id=6306>
8. 10 способов решения квадратных уравнений http://nsportal.ru/sites/default/files/2014/08/31/10_sposobov_resheniya_kvadratnykh_uravneniy.doc
9. Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2015: учебно-методическое пособие/ Под.ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Калабухова. – Ростов-на-Дону: Легион, 2014
10. Контрольные и самостоятельные работы по алгебре: 8 класс к учебнику А.Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс»/ М.А. Попов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство «Экзамен», 2011
11. Квадратные уравнения в Индии http://ucheba-legko.ru/education/matematika/8_klass/kvadratnyie_uravneniya/lecture Lec_kvadratnyie_uravneniya_v_in_dii.html
12. Урок "Решение квадратных уравнений" [Подольская Л.Д., http://festival.1september.ru/articles/611908/](http://festival.1september.ru/articles/611908/)
13. Биографии ученых математиков и физиков <http://www.teor-meh.ru/bio/ab.html>
14. https://yandex.ru/images/search?p=2&text=%D0%9B%D0%90%D0%94%D0%9E%D0%96%D0%A1%D0%9A%D0%9E%D0%95%20%D0%9E%D0%97%D0%95%D0%A0%D0%9E%20%22%D0%94%D0%9E%D0%A0%D0%9E%D0%93%D0%90%20%D0%96%D0%98%D0%97%D0%9D%D0%98%22&redircnt=1430073216.1&img_url=http%3A%2F%2Fpics.rbcdaily.ru%2Frbcdaily_pics%2Fv4%2F86%2F6%2F1ac3e022cf99dd7c00242fa6456fba61.jpg&pos=79&rpt=simage&_=1430073281358&pin=1&uinfo=sw-1366-sh-768-ww-1349-wh-643-pd-1-wp-16x9_1366x768

ПРИЛОЖЕНИЯ







ИСТОРИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

ИСТОРИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать вавилоняне. около 2000 лет до н.э. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются квадратные уравнения

$$X^2 + X = 3/4$$

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

Квадратные уравнения в Индии

- Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский учёный, Брахмагупта (7 в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к единой канонической форме:

$$ax^2+bx=c, a>0$$

- В уравнении коэффициенты, кроме a , могут быть отрицательными. Правило Брахмагупта по существу совпадает с нашим.

Квадратные уравнения в Европе XIII-XVII вв

Формулы решения квадратных уравнений по образцу ал -Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202г. Итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Этот объемный труд, в котором отражено влияние математике как стран ислама, так и Древней Греции, отличается и полнотой, и ясностью изложения. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из «Книги абака» переходили почти во все европейские учебники XVI-XVII вв. и частично XVIII. Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $x^2+bx=c$ при всевозможных комбинациях знаков коэффициентов b, c , было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. М. Штифелем.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбели среди первых в XVI в. Учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других учёных способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Европа семь лет назад отпраздновала 800-летие квадратных уравнений, потому что именно в 1202 году итальянский ученый Леонард Фибоначчи изложил формулы квадратного уравнения. И лишь в 17 веке, благодаря Ньютону, Декарту и другим ученым эти формулы приняли современный вид.



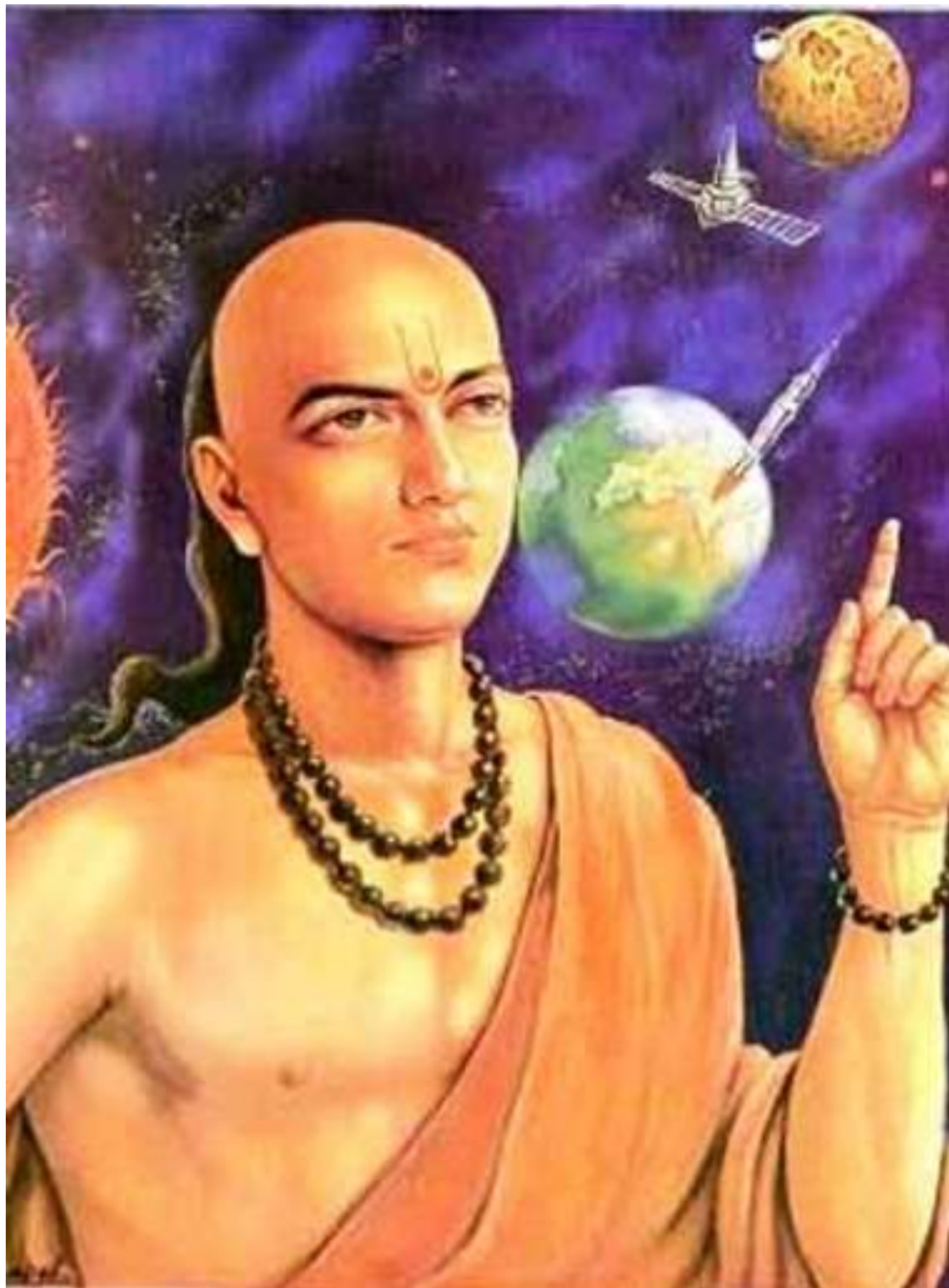
БХАСКАРА



ТАРТАЛЯ



АЛЬ-ХОРЕЗМИ



АРИАБХАТА



РОМБЕЛИ

1.25
RIYALS

١.٢٥
ريال

بئيرجويي
AIRMAIL

AWICENNA 980 - 1037

دُبَاي
DUBAI



БРАХМАГУПТА



ДЖЕРОЛАМО КАРДАНО



ИСААК НЬЮТОН



РЕНЕ ДЕКАРТ



LEONARDO DI PISA ALSO KNOWN
AS FIBONACCI

ЛЕОНАРДО ФИБОНАЧЧИ



Р. ШТИФЕЛЬ

НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

Решение уравнений способом «переброски»

Рассмотрим квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0.$$

Умножая обе его части на a , получаем уравнение

$$a^2x^2 + abx + ac = 0.$$

Пусть $ax = y$,

откуда $x = y/a$.

Тогда приходим к уравнению

$$y^2 + by + ac = 0,$$

равносильно данному.

Его корни y_1 и y_2 найдем с помощью теоремы Виета и окончательно:

$$x_1 = y_1/a \text{ и } x_2 = y_2/a.$$

При этом способе коэффициент a умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его называют *способом «переброски»*. Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

Пример.

Решим уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$.

Решение. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

Согласно теореме Виета

$$\begin{cases} y_1 = 5, \\ y_2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 5/2, \\ x_2 = 6/2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2,5 \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

Ответ: 2,5; 3.

Решите пример методом переброски:

$$2x^2 - 9x + 10 = 0$$

ОТДЕЛ СВЯЗЕЙ С ОБЩЕСТВЕННОСТЬЮ

«Дорогой жизни» стало Ладожское озеро. 22 ноября 1941 года по всё ещё неокрепшему льду прошла 1-я автомобильная колонна в блокадный Ленинград из 60 грузовых машин, где лежали мешки с мукой и другие продукты. А из Ленинграда вывозили обессиленных от голода женщин и детей.



С какой скоростью по ещё неокрепшему льду Ладоги двигались грузовые машины и лошадиные повозки, если расстояние около 30 км машина проходила на 1 час быстрее, чем повозка, так как скорость машины на 5 км/час больше?

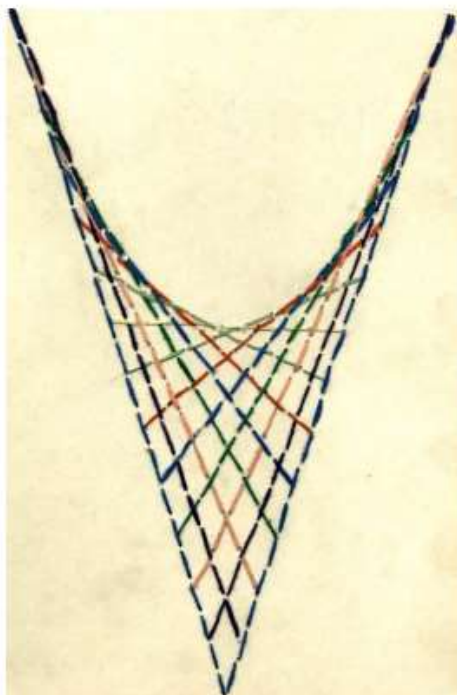




ДИЗАЙНЕРСКИЙ ОТДЕЛ

**Вышить параболу, соединяя точки по порядку,
представить результаты**

При вышивании главное, соединять точки в определенном порядке, не перетягивать, но и не ослаблять. На пересечении данных прямых вырисовывается парабола, так как вышивка состоит из касательных к ней.



ЭКСПЕРТНЫЙ ОТДЕЛ

Найти ошибки в решении уравнений или укажите, что их нет:

$$1) x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 5 = -4$$

$$x_1 = 1; x_2 = 3$$

$$2) x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 = -16$$

$$x_1 = 4, x_2 = -4$$

$$3) 6x^2 + 24x = 0$$

$$6x(x+4) = 0$$

$$6x = 0 \text{ или } x+4=0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -4$$

$$4) x^2 - 1/4 = 0$$

$$x^2 = 1/4$$

$$x = 1/2$$

$$5) 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3$$

УРАВНЕНИЕ 1

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 5 = -4$$

$$x_1 = 1;$$

$$x_2 = 3$$

УРАВНЕНИЕ 2

$$x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 = -16$$

$$x_1 = 4,$$

$$x_2 = -4$$

УРАВНЕНИЕ 3

$$6x^2 + 24x = 0$$

$$6x(x+4) = 0$$

$$6x = 0 \text{ ИЛИ}$$

$$x+4=0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -4$$

УРАВНЕНИЕ 4

$$x^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

УРАВНЕНИЕ 5

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3$$

КРЕАТИВНЫЙ ОТДЕЛ

Задание: придумать движения для флеш-моба по мотивам древней задачи на составление квадратного уравнения. Для получения дополнительной премии решите задачу.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

«Обезьянок резвых стая,
Власть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
Стали прыгать, повисая.
А двенадцать по лианам...
На поляне забавлялась.
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?»

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

ОТДЕЛ СВЯЗЕЙ С ОБЩЕСТВЕННОСТЬЮ

ДИЗАЙНЕРСКИЙ ОТДЕЛ

ЭКСПЕРТНЫЙ ОТДЕЛ